

Population and Bacterial Increase Economic Issue

H. Abdurasulov¹

Sh.O.Kholbekov²

Annotatsiya. Biror shahar (tuman)da yashayotgan aholining ehtiyoji uchun kerakli bo'lgan mahsulotlarni (oziq-ovqat, kiyim-kechak, qurilish materiallari, qishloq xo'jalik mahsulotlari, sihat-salomatligini ta'minlash uchun dori vositalari va hokazolar) ishlab chiqaradigan korxonalarining iqtisodiy ko'rsatkichlarini hozirgi davr talabiga javob beradigan darajaga ko'tarish hamda respublika aholisining moddiy-ma'naviy farovonligini oshirishda aholi sonining ko'payishi iqtisodiy masalalardan biri bo'lib hisoblanadi. Ushbu maqolada "Oliy matematika" fanining differensial tenglamalar bo'limi formulalarini aholining soni va bakteriyalarning ko'payishi hamda epidemiya haqidagi iqtisodiy masalalarni yechishga qo'llanilishi keltirilgan.

Kalit so'zlar: aholi, aholi sonining ko'payishi, differensial tenglamalar, iqtisodiy masala, bakteriya, boshlang'ich shart, umumiy yechim, epidemiya, epidemologik.

¹Associate Professor of "Higher Mathematics" department at Karshi Institute of Engineering Economics

²Assistant of the Department of "Higher Mathematics" department at Karshi Institute of Engineering Economics

Kirish. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyev o‘zining bir qancha Farmon va Qarorlarida – Respublika mustaqilligini mustahkamlash, xalq xo‘jaligining barcha yo‘nalishlaridagi iqtisodiy ko‘rsatkichlarni hozirgi davr talabiga javob beradigan darajaga ko‘tarish, respublika aholisining moddiy farovonligini va ma‘naviy saviyasini yuqori ko‘rsatkichga oshirishni hamda ularning salomatligini mustahkamlash uchun qanday vazifalarni bajarish kerakligi tadbirlarini tuzishni ham ko‘rsatib berilgan.

Respublika mustaqilligini mustahkamlash va xalq xo‘jaligini barcha yo‘nalishlaridagi ishlab chiqarishning iqtisodiy ko‘rsatkichlarini hozirgi davr talabiga ko‘tarish – aholi sonining ko‘payishiga ham bog‘liq bo‘lishiga e‘tibor berilgan va ularning sog‘ligini ta‘minlash to‘g‘risidagi 2021-yilni “Yoshlarni qo‘llab-quvvatlash va xalq salomatligini mustahkamlash” yili deb bekorga aytilmagan. Shuningdek, xalq sog‘ligiga zarar keltiruvchi bakteriyalarning ko‘payishiga qarshi kurashish choralari ham ko‘rsatilgan.

Biror shahar (tuman)da yashayotgan aholining ehtiyoji uchun kerakli bo‘lgan mahsulotlarni (oziq-ovqat, kiyim-kechak, qurilish materiallari, qishloq xo‘jalik mahsulotlari, aholini sog‘ligini mustahkamlash uchun dori vositalari va hokazolar) ishlab chiqaradigan korxonalarining iqtisodiy ko‘rsatkichlarini hozirgi davr talabiga javob beradigan darajaga ko‘tarish hamda respublika aholisining moddiy-ma‘naviy farovonligini oshirishda aholi sonining ko‘payishi iqtisodiy masalalardan biri bo‘lib hisoblanadi. Oziq-ovqat mahsulotlarining ko‘payishi va ekologik muhitning o‘zgarishi natijasida yuqumli kasalliklarni tarqatadigan bakteriyalarning ko‘payish tezligini yo‘qotish zarurligini ham ko‘rsatib o‘tilgan va xalq xo‘jaligining hamma yo‘nalishidagi iqtisodiy ko‘rsatkichlarni yuqori darajaga oshirishda ham, aholi sonining ko‘payishi ham asosiy o‘rinni egallaydi, shuningdek, oziq-ovqatlarning ko‘pligidan va ekologik muhitning o‘zgarishidan aholining ko‘payishiga zarar keltiruvchi – yuqumli kasalliklarni tarqatuvchi bakteriyalarning ko‘payish tezligini kamaytirish masalalari ham keltirilgan.

2021-yil “Yoshlarni qo‘llab-quvvatlash va xalq salomatligini mustahkam-lash” yili deb, bejiz aytilmagan, hamda xalq sog‘ligiga zarar keltiruvchi bakte-riyalarning ko‘payishiga qarshi kurashish choralari ham ko‘rsatilgan.

Tahlil va natijalar. Maqolada keltirilgan aholi sonining ko‘payishi hamda tajribalardan ma‘lum bo‘lishicha, yetarli darajada oziq-ovqat mahsulotlarining ko‘pligidan, ekologik muhitning o‘zgarishidan, aholi sonining ko‘payishini kamaytiradigan bakteriyalarning aholiga yuqumli kasallik tarqalish jarayonining vaqtidan bir muncha tezroq bilishni talab qilinadi. Ko‘plab hodisalarni o‘rganish jarayoni differensial tenglamalarni tuzishga olib keladi.

Matematikaning texnik masalalarga tadbiriqida differensial tenglamalar fizika, nazariy mexanika, materiallar qarshiligi, gidravlika, mashina va mexa-nizmlar nazariyasi, elektrotexnika, kimyo, biologiya, ishlab chiqarish texnolo-giyalari, iqtisodiyot yo‘nalishlariga bog‘liq bo‘lgan masalalarni yechishga imkon beradi.

Yuqorida keltirilgan masalalarni yechish uchun matematikaning asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lgandifferensial tenglamalar tuzish va ularning boshlan-g‘ich shartlaridan foydalanish ko‘rsatilgan.

Adabiyotlar sharhi. 1 va 2 adabiyotlarda differensial tenglamalarni qan-day tuzish va ularning boshlang‘ich shartlaridan foydalanish, differensial tenglamalarga oid bo‘lgan adabiyotlarda keltirilgan, lekin maqolada keltirilgan masalalar ularda mavjud emas.

Hozirgi davrda “Oliy matematika” fanining differensial tenglamalari bo‘limi asosida aholining

ko'payish soni haqidagi iqtisodiy masalalarni yechish mumkinligini ko'rsatamiz.

Masala. (Aholi sonining ko'payish masalasi). Aholining ko'payishi aholining x soniga proporsional. Agar t vaqtda aholining avvalgi soni x_0 bo'lib, bir yildan so'ng a % ga ko'paysa, x ning t ga bog'lanishini toping.

Biror shahar (tuman) dagi aholi 1-mart 1981-yilda 6,234 million bo'lib, bir yilda 1,7 % ko'paysa, 1-mart 2020-yilda aholi qanchaga ko'payishini hisoblang.

Yechish. Masala shartiga ko'ra quyidagi differensial tenglamani tuzamiz:

$$\frac{dx}{dt} = kx \text{ yoki } \frac{dx}{x} = kdt \text{ (} k \text{ – proporsionallik koeffitsiyenti).}$$

Buni integrallab, $x = Ce^{kt}$ – umumiy yechimni hosil qilamiz. Aholining bir yildan keyingi ko'payishi $a\% = \frac{ax_0}{100}$ ga teng bo'ladi.

$$\text{Aholining bir yildan keyingi soni } x_0 + \frac{ax_0}{100} = \frac{100+a}{100}x_0 \text{ ga teng.}$$

$t = 0$ da $x = x_0$ boshlang'ich shartdan foydalanib C ni topamiz: $C = x_0$ bo'ladi, u holda

$$x = x_0 e^{kt} \quad (1).$$

Qo'shimcha shart $t = 1$ da $x = \frac{100+a}{100}x_0$ dan foydalanib, e^k ni topamiz:

$$\frac{100+a}{100}x_0 = x_0 e^k \text{ yoki } e^k = \frac{100+a}{100} \quad (2)$$

(2) ni (1) ga qo'yamiz:

$$x = \left(\frac{100+a}{100} \right)^k x_0.$$

Endi berilgan qiymatlarni bu formulaga qo'yib hisoblaymiz:

$$x = \left(\frac{100+1,7}{100} \right)^{39} \cdot 6,234 = 12,01$$

Javob: 12,01 mln. (aholi).

Yuqorida keltirilgan aholi sonining ko'payishini hisoblash uchun keltirilgan formuladan foydalanib hisoblaganda – Qashqadaryo viloyati aholisi 2019-yil mart oyigacha 3,213 ming kishini, Qarshi shahri aholisi esa 271300 kishini tashkil etadi.

2021-yil “Yoshlarni qo'llab-quvvatlash va xalq salomatligini mustahkam-lash” yili deb atalishi – bu xalq xo'jaligi yo'nalishlarida ishlab chiqarish ko'rsat-kichlarini yuqori darajaga ko'tarish, shahar (tuman)larda yashayotgan aholi soniga bog'liq ekanligi ko'rsatib o'tilgan. Shuningdek, ularni sog'ligini ta'min-lashda – o'rganilayotgan yuqumli kasallik tarqalish jarayonini vaqtdan birmuncha tezroq bilishni talab qiladi.

Masala 1. (Bakteriyalarning ko‘payishi). Tajribalardan ma’lum bo‘li-shicha, yetarli darajada oziq-ovqatlarning ko‘pligidan, ekologik muhitning o‘zgarib turishidan bakteriyalarning ko‘payish tezligi ularning miqdoriga proporsional. Bakteriyalarning avvalgi miqdoriga qaraganda qancha vaqt ichida ular m marta ko‘payadi?

Yechish. t vaqtda ularning miqdori $x(t)$ bo‘lsin. $x(0)=x_0$ boshlang‘ich shart berilgan. Masala shartiga ko‘ra

$$\frac{dx}{dt} = kx \text{ yoki } \frac{dx}{x} = kdt \quad (1)$$

k – proporsionallik koeffitsiyenti. (1) tenglamani integrallab, umumiy yechimni hosil qilamiz:

$$x = Ce^{kt} \quad (2).$$

$t=0$ da $x = x_0$ boshlang‘ich shartdan foydalansak, $C = x_0$ hosil bo‘ladi. Xususiy yechim

$$x = x_0 e^{kt} \quad (3).$$

T vaqtda bakteriyalarning qanchaga ko‘payishini topamiz:

$$T = t \text{ da } x(t) = mx_0 = x_0 e^{kT} \text{ yoki } m = e^{kT}, \text{ bundan } T = \frac{\ln m}{k}.$$

Masala 2. (Bakteriyalarning ko‘payishi). Tajriba boshlanganidan 12 soat o‘tgach bakteriyalarning miqdori 3 marta ko‘payadi. 72 soatdan keyin bakteriyalarning miqdori necha marta ko‘payadi?

Yechish. Yuqoridagi masala shartiga asosan differensial tenglama tuza-miz: $\frac{dx}{dt} = kx$ yoki

$$\frac{dx}{x} = kdt, \quad k - \text{ proporsionallik koeffitsiyenti. Bu differensial tenglamaning xususiy yechimi}$$

$$x = x_0 e^{kt}. \quad t = 12 \text{ da bakteriyalar 3 marta ko‘payganligidan foydalanib } k \text{ ni topamiz:}$$

$$3x_0 = x_0 e^{12k} \text{ yoki } 3 = e^{12k}, \quad 12k = \ln 3; \quad k = 0,09.$$

Endi 72 soatdan keyin necha marta ko‘payganligini topamiz:

$$nx_0 = x_0 e^{72 \cdot 0,09} \text{ yoki } n = e^{72 \cdot 0,09} = e^{6,48} \approx 668.$$

Javob: 668 marta.

Masala 3. (Epidemiya haqidagi masala). Faraz qilaylik, o‘rganilayotgan kasallik ko‘p muddatli, chunki infeksiyaning tarqalish jarayoni kasallikni vaqtdan bir muncha tezroq, a va n mos ravishda boshlang‘ich vaqtda kasallik yuqqan va yuqmaganlar soni, $x = x(t)$ – t vaqtda yuqtirmaganlar soni, $y = y(t)$ – t vaqtda yuqtirganlar soni.

Kasallik yuqtirmaganlar uchun hamma vaqt uncha katta bo‘lmagan $0 \leq t \leq T$ shart uchun

$$x + y = a + n \quad (3)$$

tenglik o‘rinli.

Yuqumli kasallik yuqqanlarning yuqmaganlar bilan uchrashuvlarida tar-qalganligi uchun, yuqtirmaganlar soni vaqt o'tishi bilan, ular orasidagi uchrashuv miqdoriga, xy – ko'paytmaga proporsional ravishda kamaya boradi. Oliy matematikaning differensial tenglamalar bo'limi asosida yuqtirmaganlar sonining kamashish tezligini tuzamiz:

$$\frac{dx}{dt} = -\beta xy \quad (4)$$

β – proporsionallik koeffitsiyenti.

(3) va (4) tengliklardan quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x(n + a - x) \quad (5).$$

(5) tenglamadagi o'zgaruvchilarni ajratib, quyidagilarni topamiz:

$$\frac{dx}{x(n+a-x)} = -\beta dt \quad (6).$$

(6) dan eng sodda rasional kasrlarni integrallashga asoson quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\ln x - \ln(n + a - x) = -\beta(n + a)t + \ln C \quad \text{yoki} \quad \frac{x}{n + a - x} = Ce^{-\beta(n+a)t} \quad (C > 0)$$

C – ni topish uchun boshlang'ich shartlarni qo'llaymiz:

$$t = 0 \text{ da yuqtirmaganlar soni } x = n \text{ bo'lganda } C = \frac{n}{a}; \quad x = \frac{n(n+a)}{n + ae^{\beta(n+a)t}}.$$

Demak, $x = \frac{n(n+a)}{n + ae^{\beta(n+a)t}}$ – bu formula t vaqt o'tishi bilan yuqtirmaganlar sonining kamayish qonunini bildiradi.

Aholi sonining o'sishiga va aholini oziq-ovqat bilan ta'minlashga xalq xo'jaligining ayrim yo'nalishlari uchun mahsulot beradigan qishloq xo'jalik o'simliklarining o'sishi hamda ularning iqtisodiy ko'rsatkichining kamayishiga, shuningdek muhitning ekologik holatini o'zgarishiga sabab bo'ladigan bakte-riyalarning ko'payishini kamaytirishda yuqorida keltirilgan ma'lumotlardan foydalanish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: “Наука”, 1981.
2. Салоҳиддинов М.С., Насриддинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. Т.: “Ўзбекистон”. 1994.
3. X.Abdurasulov va boshqalar. Birinchi tartibli differensial tenglamalar asosida kimyo masalalarini yechish. “Sanoat va qishloq xo'jaligining dolzarb muammolarini yechishda innovasion texnologiyalarning ahamiyati” Respublika ilmiy-amaliy anjumani. Qarshi – 26-27-aprel 2019 y.